Abitur [MZ] 1971, Aufgabe 1/1

Aufgabe:	G130200090
Fachgebiet:	Analysis
Autor:	bw
Schwierigkeitsgrad:	5

Gegeben sind die Funktionen f_k durch

$$f_k(x) = k \cdot \sqrt{x} - x \quad ; \quad k \in \mathbb{R}^+ \wedge 0 \leq x \leq k^2 \,.$$

a) Bestimmen Sie die Nullstellen und Extremstellen für allgemeines k und zeichnen Sie das Schaubild der Funktion f_2 mit

$$f_2(x) = 2 \cdot \sqrt{x} - x \quad ; \quad 0 \leq x \leq 4$$

(Längeneinheit 2 cm).

b) Zeigen Sie, dass die Schaubilder aller f_k die positive x-Achse unter dem gleichen Winkel schneiden.
Bestimmen Sie den geometrischen Ort der Hochpunkte dieser Schaubilder.

c) Die Parallele zur x-Achse durch den Hochpunkt des Schaubildes von f_k, die y-Achse und das Schaubild von f_k umschließen eine Fläche.
Berechnen Sie den Rauminhalt des Drehkörpers, der durch Rotation dieser Fläche um die y-Achse entsteht.

d) Das Schaubild von f_k schneidet aus der Geradenschar mit der Gleichung

$$y = t \quad ; \quad 0 \leq t \leq \frac{k^2}{4}$$

Sehnen aus.
Bestimmen Sie die Funktion, deren Schaubild aus den Mittelpunkten dieser Sehnen besteht.